

Algorithmische Algebra I

(TU München, WS02/03)

1. **Motivation und Grundlagen**
 - 1.1. Ursprünge der Algebra
 - 1.2. Euklidischer Algorithmus in \mathbb{Z}
 - 1.3. Kleiner Exkurs in Singular
 - 1.4. Divisionsalgorithmus in $\mathbb{Q}[X]$
 - 1.5. Grundbegriffe der Algebra: Ringe, Körper
 - 1.6. Polynomielle Gleichungssysteme, Varietäten, Ideale
2. **Gröbner Basen**
 - 2.1. Monomiale Ordnungen
 - 2.2. Divisionsalgorithmus in $k[X_1, \dots, X_n]$
 - 2.3. Dickson's Lemma
 - 2.4. Gröbner Basen
 - 2.5. Buchbergers Algorithmus
3. **Erste Anwendungen von Gröbner Basen**
 - 3.1. Idealmembership Problem
 - 3.2. Lösen von polynomiellen Gleichungssystemen
4. **Klassische Eliminationstheorie**
 - 4.1. Determinanten, Resultanten
 - 4.2. Elimination und Erweiterung
5. **Komplexität von Gröbner Basen**
 - 5.1. Obere Schranken für Gröbner Basen
 - 5.2. EXPSPACE-Vollständigkeit
6. **Optimierungen des Buchberger Algorithmus**
 - 6.1. Normalformen, Reduktion
 - 6.2. Syzygien
 - 6.3. Nullreduktionen
7. **Weitere Anwendungen**
 - 7.1. Integer-Programmierung und torische Ideale
 - 7.2. Robotik
 - 7.3. Modern Portfolio Theory
 - 7.4. Graph Färbungen