Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen

WS 2002/2003
Übungsblatt 2
24. Oktober 2002

# Grundlegende Algorithmen

*Abgabe: 31. Oktober, vor der Vorlesung, MI00.06.011(Hörsaal 3)*

**Aufgabe 1**

(a) Vergleichen Sie das Wachstumsverhalten der folgenden Funktionen von $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit Hilfe der Landauschen Symbole $o, O, \Theta$.

1) $n \log n$
2) $n^l$ für alle $l \in \mathbb{N}$
3) $2^n$

(b) Versuchen Sie, die folgenden Ausdrücke mit Hilfe der $\Theta$-Notation möglichst einfach darzustellen.

1) $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$
2) $\log(n!)$

Hinweis zu 2) Zeigen Sie, dass $n^{\frac{n}{2}} \leq n! \leq n^n$ gilt.

**Aufgabe 2**

Es sei $\ell(x)$ die Länge der Binärdarstellung der Zahl $x$. Zeigen Sie:

$$\sum_{i=1}^{n} \ell(i) \in \Theta(n \log n).$$

**Aufgabe 3**

Zeigen Sie, dass $\Theta$ eine Äquivalenzrelation auf der Menge $\{f \mid f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}\}$ definiert. Hinweis: Wir definieren: $(f, g) \in \Theta \iff f \in \Theta(g)$.