Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Moritz Maaß

Sommersemester 2003/04
Übungsblatt 3
19. Mai 2004

Internet-Algorithmik

Abgabetermin: 02.06.2004 **vor** *der Vorlesung*

Definition 1 (Ringgraph) *Lässt sich die Knotenmenge V eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ in k disjunkte Mengen $V = V_1 \uplus \cdots \uplus V_k$ zerlegen, so dass für alle Kanten $(u, v) \in E$ gilt $u \in V_i \Rightarrow v \in V_{i+1}$ oder $u \in V_k$ und $v \in V_1$, so heißt G* Ringgraph.

Ein Ringgraph kann als Datenstrom von Kanten gelesen werden, indem jedes Datenstromelement aus vier Einträgen (s, u, t, v) besteht, wobei $(u, v) \in E$ die Kante, s die Schicht von u und t die Schicht von v ist.

Definition 2 (MAX-Problem) *Sei $G = (V_1 \uplus \cdots \uplus V_k, E)$ ein Ringgraph. Sei $u_1 \in V_1$ ein Knoten mit den höchstem Ausgangsgrad in V_1. Sei $u_i \in V_i$ ein zu u_{i-1} adjazenter Knoten mit höchstem Ausgangsgrad unter allen zu u_{i-1} adjazenten Knoten in V_i. Bestimme einen Knoten u_k.*

Im Folgenden sei $n_i = ||V_i||$ und $n = \max_{1 \le i \le k} n_i$.
Für $u \in V_1$ und $v \in V_k$ sei

$$\#\mathsf{Path}(u, v) := ||\{(v_1, \ldots, v_k) | v_i \in V_i, u = v_1, v = v_k, (v_i, v_{i+1}) \in E\}||.$$

Definition 3 (MAX PATH-Problem) *Sei $G = (V_1 \uplus \cdots \uplus V_k, E)$ ein Ringgraph. Finde $u \in V_1$ und $v \in V_k$, so dass es zwischen u und v die maximale Anzahl von Pfaden gibt, d.h.*

$$\#\mathsf{Path}(u, v) = \max_{u' \in V_1, v' \in V_k} \#\mathsf{Path}(u', v').$$

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass man das MAX-Problem mit einem Pass und $O(n^2 k)$ zusätzlichem Arbeitsspeicher lösen kann.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass man das MAX-Problem mit zwei Pässen und $O(nk \log n)$ zusätzlichem Arbeitsspeicher lösen kann.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass man das MAX-Problem mit P Pässen sogar mit nur $O(nk \log n/P)$ zusätzlichem Arbeitsspeicher lösen kann.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass man das MAX PATH-Problem mit einem Pass und $O(n^2 k \log n)$ zusätzlichem Arbeitsspeicher lösen kann.