Auflistung von Permutationen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & & \pi_n \end{pmatrix} \rightsquigarrow (\pi_1 \pi_2 \dots \pi_n)$$

Algorithmus: λ = leerer string

Aufrufstruktur: $N = \{1, 2, 3\}$

app... $(\lambda, \{1, 2, 3\})$

...

<u>else</u> <u>for</u> ...

app... $(\lambda \circ 1, \{2, 3\}) \to$ app... $(\lambda \circ 1 \circ 2, \{3\})$, app... $(\lambda \circ 1 \circ 3, \{2\})$

⋮

app... $(\lambda \circ 2, \{1, 3\}) \to$ app... $(\lambda \circ 2 \circ 1, \{3\})$, app... $(\lambda \circ 2 \circ 3, \{1\})$

⋮

app... $(\lambda \circ 3, \{1, 2\}) \to$ app... $(\lambda \circ 3 \circ 1, \{2\})$, app... $(\lambda \circ 3 \circ 2, \{1\})$

Auflistung von Teilmengen: $n = 3$

$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{1,0\}, \{2\}, \{2,0\}, \{2,1\}, \{2,1,0\}$

000 001 010 011 100 101 110 111

Gray-Code: Rekursionsformel $n \rightsquigarrow n+1$

$(0.00, 0.01, 0.11, 0.10, 1.10, 1.11, 1.01, 1.00)$

Arithmetisches u. Geometrisches Mittel

Beh: Sei $A_n = \frac{1}{n}\sum_1^n a_i$, $G_n = \sqrt[n]{\prod_1^n a_i}$, $a_i \in \mathbb{R}^+$.
Dann gilt $G_n \leq A_n$

Bew: Sei P_n die Aussage "$(G_n)^n \leq (A_n)^n$"

Es wird nun bewiesen: P_1, P_2 sowie

(1) $P_n \Rightarrow P_{n-1}$

(2) $P_n \wedge P_2 \Rightarrow P_{2n}$

Das genügt, denn von den Zahlen 1 und 2 ausgehend kann ich durch die Operationen "-1" und "$\cdot 2$" alle natürlichen Zahlen erhalten:

$3 = 4(-1)$, $4 = 2(\cdot 2)$ $5 = 6(-1)$, $6 = 3(\cdot 2)$ ...

Und aus $(G_n)^n \leq (A_n)^n$ folgt $G_n \leq A_n$

Zum Beweis von (1)

$\prod_{i=1}^{n-1} a_i \cdot b$ wird als n-te Potenz des geom. Mittels der n Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, n$ aufgefaßt

Wenn also P_n gilt, dann ist das

$\leq \left(\frac{1}{n}\left(b + \sum_{i=1}^{n-1} a_i\right)\right)^n$.