

Aufzählung von Permutationen

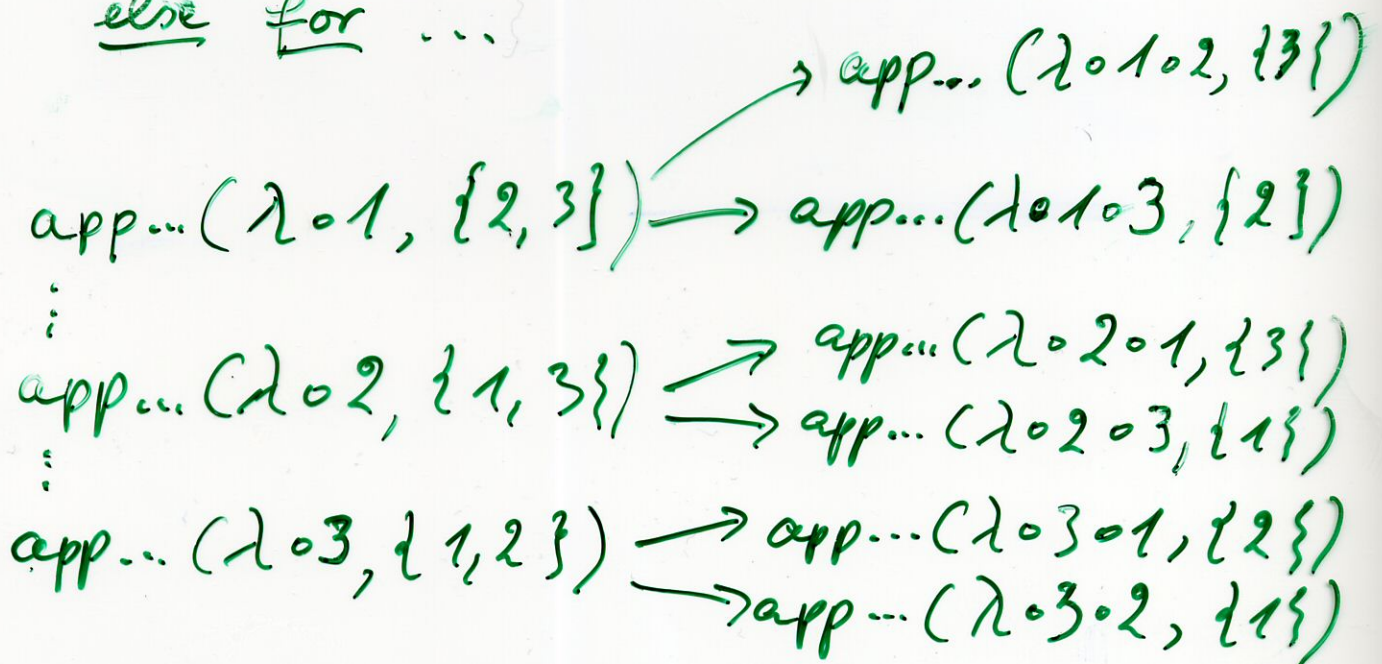
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & & \pi_n \end{pmatrix} \rightsquigarrow (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$$

Algorithmus: λ = leeres string

Aufrufstruktur: $N = \{1, 2, 3\}$

app...(λ , {1, 2, 3})

...
else for ...



Aufzählung von Teilmengen: $n = 3$

$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{1, 0\}, \{2\}, \{2, 0\}, \{2, 1\}, \{2, 1, 0\}$

000 001 010 011 100 101 110 111

Gray-Code: Rekursionsformel $n \rightsquigarrow n+1$

(0.00, 0.01, 0.11, 0.10, 1.10, 1.11, 1.01, 1.00)

Arithmetisches u. Geometrisches Mittel

Beh: Sei $A_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$, $G_n = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n a_i}$, $a_i \in \mathbb{R}^+$.

Dann gilt $G_n \leq A_n$

Bew: Sei P_n die Aussage " $(G_n)^m \leq (A_n)^{n \cdot m}$ "

Es wird nun bewiesen: P_1, P_2 sowie

(1) $P_n \Rightarrow P_{n-1}$

(2) $P_n \wedge P_2 \Rightarrow P_{2n}$

Das genügt, denn von den Zahlen 1 und 2 ausgehend kann ich durch die Operationen "-1" und "•2" alle natürlichen Zahlen erhalten:

$$3 = 4(-1), 4 = 2(\cdot 2), 5 = 6(-1), 6 = 3(\cdot 2) \dots$$

Und aus $(G_n)^n \leq (A_n)^n$ folgt $G_n \leq A_n$

Zum Beweis von (1)

$\prod_{i=1}^{n-1} a_i \cdot b$ wird als n -te Potenz des geom. Mittels der n Zahlen $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, n$ aufgefasst

Wenn also P_n gilt, dann ist das

$$\leq \left(\frac{1}{n} \left(b + \sum_{i=1}^{n-1} a_i \right) \right)^n$$