Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Wintersemester 2004/05
Übungsblatt 0a
22. Oktober 2004

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: —

Aufgabe 1

Seien $d \in \mathbb{N}$ und $V := \{0,1\}^d$. V sei nun die Kontenmenge eines Graphen $G = (V, E)$, der genau dann eine Kante zwischen zwei Knoten v_1 und v_2 hat, wenn sich v_1 und v_2 in *genau einer Ziffer* unterscheiden. Man nennt diesen Graph auch den *d-dimensionalen Würfel*. Bestimmen Sie nun die folgenden Größen:

- Den Durchschnittsgrad von G.
- Die Anzahl Kanten in $E(G)$.
- Den *Durchmesser (engl. diameter)* von G.
- Den *Umfang (engl. girth)* von G.
- Die Länge des längsten Kreises in G.

Aufgabe 2

Beweisen Sie folgenden Satz:
Seien $a \geq 1, b > 1$ und $k \in \mathbb{N}$ konstant, $f(n)$ eine Funktion und $T(n)$ definiert durch die Rekursionsgleichung $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, $n = b^k$. Dann ist

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}), & \text{falls } f(n) = O(n^{\log_b(a)-\epsilon}) \text{ für ein konstantes } \epsilon > 0, \\ \Theta(n^{\log_b a} \log_2 n), & \text{falls } f(n) = \Theta(n^{\log_b a}), \\ \Theta(f(n)), & \text{falls } f(n) = \Omega(n^{\log_b(a)+\epsilon}) \text{ für ein konstantes } \epsilon > 0 \\ & \text{und } af(n/b) \leq cf(n) \text{ für ein konstantes } c < 1. \end{cases}$$

Aufgabe 3

Wiederholung DS1: Wiederholen Sie die folgenden Begriffe/Techniken:

- Laudausymbole (O-Notation).
- Stirlingsche Formel.
- Auflösen von Rekursionsgleichnungen mit Hilfe von *Erzeugendenfunktionen*.