Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Stefan Eckhardt

Wintersemester 2005/06
Übungsblatt 8
14. Januar 2006

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 20.01.2006 **vor** *der Zentralübung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben seien zwei sortierte Listen der Länge n bzw. m. Geben Sie einen Algorithmus an, der mit $O(\log(n+m))$ Vergleichen den Median der beiden Listen findet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie einen möglichst effiziente Algorithmus an, der für eine Eingabe S von $|S| = n$ unterschiedlichen Zahlen die $k < n$ Zahlen findet, welche die geringste Distanz zum Median besitzen.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Für n unterschiedliche Zahlen $x_1, \ldots x_n$ mit positiven Gewichten $w_1, \ldots w_n$, so dass $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ gilt, ist der *gewichtete Median* definiert als das Element x_k, für das gilt

$$\sum_{x_i < x_k} w_i \leq 1/2$$

und

$$\sum_{x_i > x_k} w_i \leq 1/2.$$

a Zeigen Sie, dass der Median von $x_1, \ldots, x_n$ der gewichtete Median der x_i ist, falls $w_i = 1/n$ für alle i gilt.

b Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zur Bestimmung der gewichteten Medians einer Menge an.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei die folgende Idee um eine Menge zu sortieren: Die Menge $A[1 \ldots n]$ wird zum Sortieren in drei Teilarrays $A[1 \ldots n/3]$, $A[n/3 \ldots 2n/3 - 1]$ und $A[2n/3 \ldots n]$ aufgeteilt, die dann rekursiv sortiert und schließlich zu einem sortierten Array zusammengefügt werden. Geben Sie eine formale Beschreibung dieses Algorithmus an und analysieren Sie die Laufzeit. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass $n = 3^k$ gelte.