Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

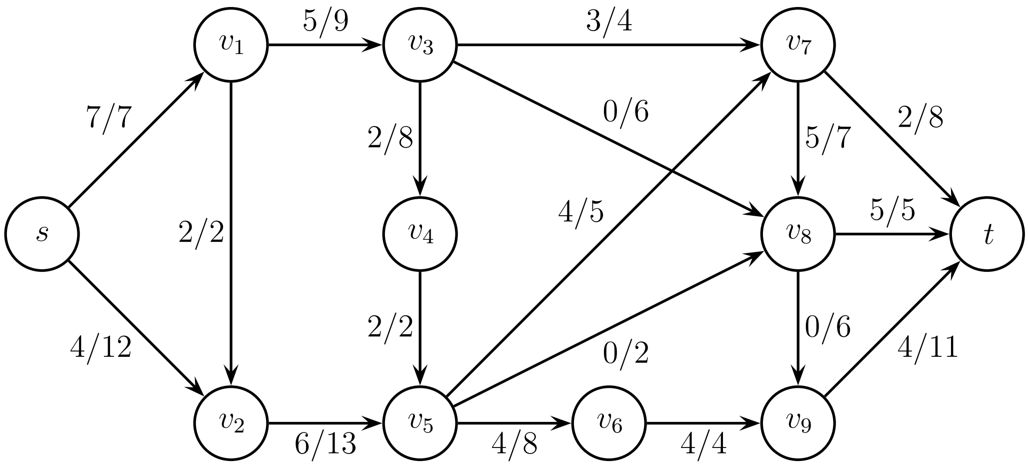
Sommersemester 2008
Übungsblatt 2
25. April 2008

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 02.05.2008 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei das folgende Flussnetzwerk:



Die Tupel an den einzelnen Kanten entsprechen dem Paar „Flusswert/Kantenkapazität". Führen Sie im Folgenden die einzelnen Schritte einer Iteration des Ford-Fulkerson-Algorithmus aus:

(a) Bestimmen Sie den aktuellen Flusswert.

(b) Bestimmen Sie das Residuennetzwerk.

(c) Finden Sie einen augmentierenden Pfad im Residuennetzwerk.

(d) Augmentieren Sie den aktuellen Fluss.

(e) Wie ist der Wert des entstehenden Flusses?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

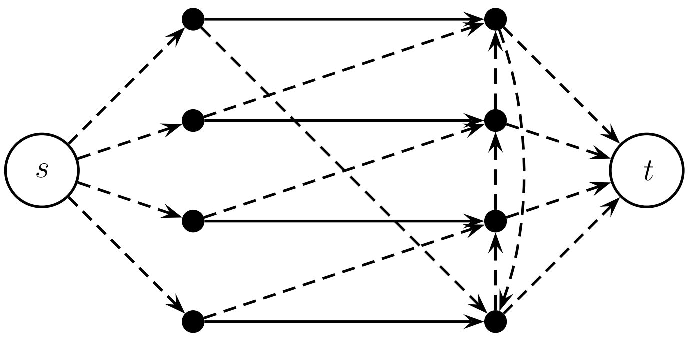
Sei $N = (V, A, c, s, t)$ ein Flussnetzwerk. Zeigen Sie, wie man einen *augmentierenden Pfad* mit maximaler Restkapazität in $O((|A| + |V|) \cdot \log |V|)$ Schritten berechnen kann.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Für $r := \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\approx 0,6$) gilt die Summenformel für die geometrische Reihe:

$$\sum_{i=0}^{\infty} r^i = \frac{1}{1-r} =: \sigma \; .$$

Gegeben sei das folgende Netzwerk:



Die gestrichelt gezeichneten Kanten haben alle die Kapazität σ, die anderen Kanten (von oben nach unten) die Kapazität r^0, r^1, r^2 und r^3.

(a) Bestimmen Sie den maximalen Fluss von s nach t.

(b) Zeigen Sie, dass es eine Folge von augmentierenden Pfaden gibt, so dass der Ford-Fulkerson Algorithmus versagt, indem die zugehörigen Flusswerte gegen einen Wert konvergieren, der echt kleiner als der maximale Fluss ist.

Hinweis: Injizieren Sie in jedem Schritt genau r^i zusätzlichen Fluss in das Netzwerk.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

In einem Restaurant treffen sich k Familien F_i, $i = 1, \ldots, k$ der Größe $m(i)$ zum Dinner. Sie wollen so an l Tischen T_j, $j = 1, \ldots, l$ der Größe $n(j)$ Platz nehmen, dass keine zwei Mitglieder ein und derselben Familie am gleichen Tisch sitzen.

Zeigen Sie, wie man eine solche Sitzordnung durch Lösung eines Flussproblems finden kann bzw. wie man feststellen kann, dass keine derartige Sitzordnung existiert.