

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

---

Abgabetermin: 16.05.2008 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zwei Spieltage vor Ende der Bundesligasaison 1964/65 war die Situation an der Tabellenspitze wie folgt:

- |    |                   |           |
|----|-------------------|-----------|
| 1. | Werder Bremen     | 37 Punkte |
| 2. | 1. FC Köln        | 36 Punkte |
| 3. | Borussia Dortmund | 35 Punkte |
| 4. | 1860 München      | 33 Punkte |

Alle anderen Vereine hatten höchstens 32 Punkte und konnten Werder Bremen somit nicht mehr einholen, weil damals noch die 2-Punkte-Regel galt (2 Punkte für einen Sieg, 1 Punkt für ein Unentschieden, 0 Punkte bei einer Niederlage).

Die Begegnungen der letzten beiden Spieltage waren:

#### 33. Spieltag

Werder Bremen – Borussia Dortmund  
1. FC Köln – 1. FC Nürnberg  
1860 München – MSV Duisburg

#### 34. Spieltag

1. FC Nürnberg – Werder Bremen  
Borussia Dortmund – 1. FC Köln  
Hamburger SV – 1860 München

Beantworten Sie die Frage

*Konnte 1860 München zwei Spieltage vor Ende der Saison noch Meister werden?*

durch Lösung eines Flussproblems.

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Ein Krankenhaus mit 3 Abteilungen benötigt für 3 Schichten pro Tag eine jeweils unterschiedliche Besetzung der Abteilungen mit Pflegepersonal. Die Verwaltung des Krankenhauses möchte aus Kostengründen die minimale Anzahl von Pflegekräften berechnen, so dass folgende Anforderungen erfüllt werden:

1. In allen 3 Schichten zusammen müssen insgesamt mindestens
  - (a) 13 Pflegekräfte in Abteilung 1
  - (b) 32 Pflegekräfte in Abteilung 2
  - (c) 22 Pflegekräfte in Abteilung 3eingeteilt werden.

2. In allen 3 Abteilungen zusammen müssen insgesamt mindestens

- (a) 26 Pflegekräfte in Schicht 1
- (b) 24 Pflegekräfte in Schicht 2
- (c) 19 Pflegekräfte in Schicht 3

eingeteilt werden.

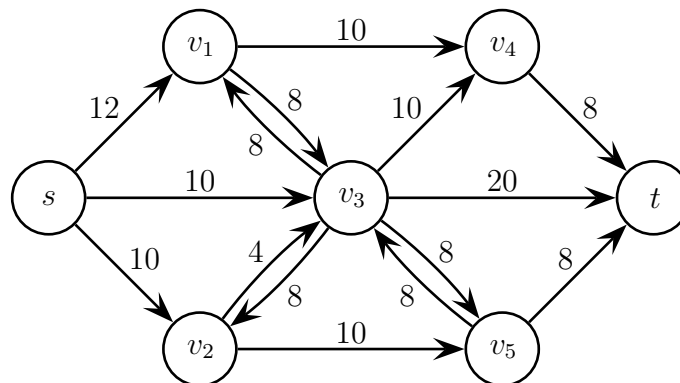
3. Die minimale und maximale Anzahl von Pflegekräften, die in jeder Abteilung in einer bestimmten Schicht eingeteilt werden, unterliegt folgenden Beschränkungen:

	Abteilung 1	Abteilung 2	Abteilung 3
Schicht 1	(6,8)	(11,12)	(7,12)
Schicht 2	(4,6)	(11,12)	(7,12)
Schicht 3	(2,4)	(10,12)	(5,7)

Geben Sie ein Verfahren zur Lösung dieser Problemstellung an, das auf Algorithmen zur Berechnung maximaler Flüsse basiert und lösen Sie damit das Problem.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Berechnen Sie mit dem Push-Relabel Algorithmus (Zwischenschritte angeben) einen maximalen Fluss in folgendem Netzwerk:



### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Der *Highest-Label Push-Relabel* Algorithmus wählt immer einen aktiven Knoten als nächstes, der den höchsten Distanzwert  $d(v)$  besitzt. Zeigen Sie, dass die Laufzeit dafür mit  $O(n^3)$  abgeschätzt werden kann, wobei  $n$  die Anzahl der Knoten im Netzwerk ist.

*Bemerkung:* Es ist sogar möglich, eine Laufzeit von  $O(n^2\sqrt{m})$  zu zeigen.