Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Sommersemester 2008
Übungsblatt 5
16. Mai 2008

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 26.05.2008 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es seien $u, v \in \mathbb{N}^n$ zwei Vektoren. Zeigen Sie, wie sich das Problem, ob eine 0-1-Matrix der Dimension $n \times n$ existiert, deren Zeilensummenvektor gleich u und deren Spaltensummenvektor gleich v ist, auf ein Flussproblem reduzieren lässt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es sei $N = (V, A, b, c, s, t)$ ein Flussnetzwerk mit oberer Kapazitätsschranke $c\colon A \to \mathbb{R}^+$ und unterer Kapazitätsschranke $b\colon A \to \mathbb{R}^+$. Zeigen Sie, dass es in N genau dann *keinen* legalen Fluss von s nach t gibt, wenn es eine Teilmenge $U \subseteq V \setminus \{s, t\}$ gibt, so dass

$$\sum_{a \in A(\overline{U}, U)} c(a) < \sum_{a \in A(U, \overline{U})} b(a) \quad \text{oder} \quad \sum_{a \in A(U, \overline{U})} c(a) < \sum_{a \in A(\overline{U}, U)} b(a)$$

gilt, wobei $A(U, \overline{U}) = \{(u, v) \in A \mid u \in U \text{ und } v \in \overline{U}\}$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

In einem Netzwerk $N = (V, A, c, s, t)$ soll ein minimaler s-t-Schnitt berechnet werden. Geben Sie eine geeignete Vereinfachung des Push-Relabel Algorithmus von Goldberg und Tarjan zur Lösung dieses Problems an.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Modifizieren Sie den Algorithmus von Ahuja und Orlin so, dass er auch für beliebige (aber konstante) ganzzahlige Skalierungsfaktoren $\varphi \geq 2$ funktioniert. Analysieren Sie anschließend die Laufzeit.