Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Sommersemester 2008
Übungsblatt 7
30. Mai 2008

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 06.06.2008 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Kantenmenge T heißt *u-v-Kantenseparator*, wenn jeder Pfad in G von u nach v mindestens eine Kante in T benutzt. Sei $M(u, v)$ die minimale Kardinalität eines u-v-Kantenseparators. Sei weiterhin $p(u, v)$ die maximale Anzahl kantendisjunkter Pfade, die u und v verbinden.

Zeigen Sie durch Reduktion auf ein Flussproblem in einem geeignet definierten Netzwerk, dass $M(u, v) = p(u, v)$ gilt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es sei $G = (V, A)$ ein gerichteter, azyklischer Graph (DAG). Ein Pfad-Cover ist eine Menge P von knotendisjunkten Pfaden, so dass jeder Knoten $v \in V$ in genau einem der Pfade enthalten ist.

Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen DAG G einen Pfad-Cover minimaler Kardinalität (d.h. die Anzahl der Pfade in P ist minimal) berechnet.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei der Plan eines Bergbaugebietes in Form eines gerichteten, azyklischen Graphen $G = (V, A)$. Die Knoten entsprechen den möglichen Abbaustellen, und eine Kante (u, v) impliziert, dass die Stelle v erst abgebaut werden kann, wenn die Stelle u bereits abgebaut wurde. Jeder Stelle v wird ein erwarteter Profit $b(v)$ zugeordnet, der auch negativ sein kann (wenn mehr Kosten beim Abbau anfallen, als das geförderter Material an Erlös bringt). Gesucht ist ein optimaler Abbauplan, also eine Menge $R \subseteq V$, die unter den gegebenen Bedingungen abgebaut werden kann, so dass $\sum_{v \in R} b(v)$ maximal ist. Wie kann man dieses Problem effizient lösen?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Illustrieren Sei den Ablauf des Min-Cut Algorithmus von Stoer und Wagner an folgendem Graphen: