Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Riko Jacob
Matthias Baumgart

Sommersemester 2009
Übungsblatt 2
5. Mai 2009

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 12.05.2009 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Ein 0-1-Netzwerk $G = (V, E)$ ist vom Typ 2, falls für jeden Knoten $v \in V$ gilt, dass v entweder nur eine eingehende Kante oder nur eine ausgehende Kante besitzt.

Sei $G = (V, E)$ ein 0-1-Netzwerk vom Typ 2 mit Kapazitätsfunktion $c\colon E \to \mathbb{R}^+$ und Flussfunktion $f\colon E \to \mathbb{R}^+$. Sei weiterhin M der Wert eines maximalen Flusses für (G, c).

Zeigen Sie, dass für die Länge l des geschichteten Netzwerks für (G, c) und $f \equiv 0$ gilt

$$l \leq \frac{|V| - 2}{M} + 1 \ .$$

Aufgabe 2 (1 Punkt)

Beweisen oder widerlegen Sie, dass ein 0-1-Netzwerk vom Typ 2 auch vom Typ 1 ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es sei $G = (V, A)$ ein gerichteter, azyklischer Graph (DAG). Ein Pfad-Cover ist eine Menge P von knotendisjunkten Pfaden, so dass jeder Knoten $v \in V$ in genau einem der Pfade enthalten ist.

Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen DAG G einen Pfad-Cover minimaler Kardinalität (d.h. die Anzahl der Pfade in P ist minimal) berechnet.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Kantenmenge T heißt *u-v-Kantenseparator*, wenn jeder Pfad in G von u nach v mindestens eine Kante in T benutzt. Sei $M(u, v)$ die minimale Kardinalität eines u-v-Kantenseparators. Sei weiterhin $p(u, v)$ die maximale Anzahl kantendisjunkter Pfade, die u und v verbinden.

Zeigen Sie durch Reduktion auf ein Flussproblem in einem geeignet definierten Netzwerk, dass $M(u, v) = p(u, v)$ gilt.