

---

## Internet-Algorithmik

---

Abgabetermin: 14.07.2004 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1

Für einen gewichteten, ungerichteten Graphen  $G = (V, E, w)$  heißt eine Kante  $\{u, v\} \in E$  *redundant*, falls es einen Knoten  $x \in V \setminus \{u, v\}$  gibt, so dass  $w(\{u, v\}) \geq d_G(u, x) + d_G(x, v)$  gilt.

Zeigen Sie: Gibt es für eine symmetrische Matrix  $A \in \mathbb{N}^{n \times n}$  eine exakte Realisierung durch einen gewichteten, ungerichteten Graphen  $G = (V, E, w)$  mit  $V = \{1, \dots, n\}$  und  $d_G(i, j) = a_{ij}$  für alle  $i, j \in V$ ,  $i \neq j$ , der ohne redundante Kanten auskommt, so ist  $G$  eindeutig unter allen exakten Realisierungen von  $A$ .

### Aufgabe 2

Welche Eigenschaften muss eine symmetrische Matrix  $A \in \mathbb{N}^{n \times n}$  haben, damit es einen einfachen, ungerichteten, ungewichteten Graphen gibt, der  $A$  exakt realisiert? Beweisen Sie Ihre Aussage.

### Aufgabe 3

Es sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph. Der HITS-Algorithmus berechnet *Authority*- und *Hub*-Werte iterativ wie folgt:

$$a'_{i+1}(x) = \sum_{(y,x) \in E} h_i(y) \quad \text{und} \quad h'_{i+1}(x) = \sum_{(x,y) \in E} a_i(y)$$

mit geeigneter Normierung (z.B. Euklidische Norm)

$$a_{i+1}(x) = \frac{a'_{i+1}(x)}{\|a'_{i+1}(x)\|_2} \quad \text{und} \quad h_{i+1}(x) = \frac{h'_{i+1}(x)}{\|h'_{i+1}(x)\|_2}.$$

Dann ergeben sich die *Authority*- und *Hub*-Werte als

$$a(x) = \lim_{i \rightarrow \infty} a_i(x) \quad \text{und} \quad h(x) = \lim_{i \rightarrow \infty} h_i(x).$$

Berechnen Sie die *Authority*- und *Hub*-Werte für

- (i) gerichtete Kreise  $C_n$  der Länge  $n$ ,
- (ii) gerichtete Pfade  $P_n$  der Länge  $n$ ,
- (iii) Graphen  $G = G_1 \uplus G_2$  (wobei die Werte für  $G_1$  und  $G_2$  als bekannt vorausgesetzt werden und  $\uplus$  die disjunkte Vereinigung zweier Graphen bezeichnet).

### Aufgabe 4

Geben Sie eine charakterisierende Bedingung dafür an, dass in einem gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  die *Authority*- und *Hub*-Werte für alle Knoten  $v \in V$  gleich sind. Geben Sie möglichst große Graphklassen an, die dieser Bedingung genügen.